УДК 330.46:336.71

ОЦЕНКА СТАБИЛЬНОСТИ БАНКОВСКОЙ СИСТЕМЫ

В.Г. СОСЛОВСКИЙ, В.Ю. ДУБНИЦКИЙ
Харьковский институт банковского дела Университета банковского дела
Национального банка Украины,
г. Харьков, Украина

ВВЕДЕНИЕ

В силу открытости, динамичности, стохастичности, большого количества элементов и связей между ними, присутствия «человеческого фактора» экономические системы, включая финансовую и банковскую, принято относить к классу сложных систем [7]. В последнее время проблемы устойчивого развития экономических систем становятся предметом изучения ученых разных научных специальностей – физиков, математиков, экономистов, экологов, политологов, социологов. Не остались без внимания ученых финансовые и банковские системы. Устойчивость, ликвидность, стабильность, надежность и другие свойства банковских систем стали объектом исследования экономистов. Вместе с тем остаются нерешенными в научном и практическом аспектах, вопросы обобщенной оценки состояния банковской системы по комплексу количественных и качественных показателей.

Постановка проблемы. В настоящее время термин «состояние системы» применяется при изучении объектов различной природы и различного назначения. Словосочетания «состояние объекта», «состояние системы» используют довольно часто не только в качестве лингвистической переменной, а скорее вербального определения, часто допускающего произвольное толкование. Поэтому необходимо сформулировать общие требования к различным вариантам оценки состояния сложной экономической системы, взаимодействующей с внешней средой, учитывающей все многообразие условий ее функционирования и, следовательно, многообразие функций, которые анализируемая система должна выполнять

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Все множество показателей X, характеризующих состояние элементов банковской системы [8] (здесь и далее мы имеем в виду отдельный банк) разделим на три попарно непересекающихся подмножества X_1, X_2, X_3 таких, что

$$X_1 \bigcup X_2 \bigcup X_3 = X, \quad X_i \bigcap X_j = \varnothing, i, j = 1,2,3.$$

Показатели, желательные значения которых ограничены снизу, отнесем к подмножеству X_1. Показатели, желательные значения которых ограничены сверху, отнесем к подмножеству X_2, и показатели, желательные значения которых ограничены сверху и снизу, отнесем к подмножеству X_3. Требуется получить обобщенную оценку состояния банковской (или другой экономической) системы на основании комплекса показателей, взятых из трех подмножеств.

При оценке систем различной природы обычно исходят из того, что понятие состояния является первичным, т.е. определяемым через более простые понятия, оцениваемые по результатам первичных измерений. Результаты этих измерений обрабатывают по заранее заданным правилам, совокупность которых определяют как оператор оценки состояние системы [1]. Например, в теории автоматического регулирования состоянием системы называют вектор ее фазовых координат [1], в квантовой механике состоянием системы из n спинов называют вектор единичной длины в 2^n-мерном комплексном пространстве [2]. В теории технических систем состоянием называют множество коэффициентов, равных отношению фактических и заданных характеристик объекта [4].

Учитывая особенности психологического восприятия оценки состояния системы ее возможным пользователем желательно, чтобы эта оценка была скалярной величиной. Известно [5], что свёртка показателей, характеризующих различные свойства состояния в скалярную величину, широко распространена при решении задач векторной оптимизации [3].

Наиболее распространено выражение вида

$$S_t = \sum_{i=1}^{n} \left(\alpha_i K_i^t \right)^{1/t}, \quad t \neq 0, \quad t \in R, \tag{1}$$

при условии, что $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1, \quad \forall \alpha_i > 0.$

Здесь α_i – весовые коэффициенты, отражающие важность или значимость i-го состояния (вес отдельного признака), t - момент (период) времени.

При t=1 получаем линейную свертку вида

$$S = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i K_i. \tag{2}$$

Без ограничения общности примем, что $\alpha_1 = \alpha_2 \ldots \alpha_i \ldots = \alpha_n$.

В (1) и (2) принято, что K_i – операнд оператора, оценивающего i-тую составляющую понятия «состояние».

Кроме свертки вида (1) – аддитивной свертки, используют мультипликативную свертку вида

$$S = \prod_{i=1}^{n} K_i^{\alpha_i}. \tag{3}$$

Введём величины S_t для оценки состояния сложной системы произвольной природы вида

$$S_t = \sum_{i=1}^{n} \frac{|x_{it} - x_{ik}|}{x_{ik}} \tag{4}$$

и

$$S_t = \prod_{i=1}^{n} \frac{|x_{it} - x_{ik}|}{x_{ik}}, \tag{5}$$

где x_{it} – значение i-го свойства СЭС во время t,
x_{ik} – пороговое (допустимое) значение i-го свойства системы, определяемое исходя из условий задачи.

Как правило, величина x_{ik} соответствует пределу безопасного (устойчивого) функционирования системы.

Таким образом, для обоснованного выбора вида оценки состояния сложной экономической системы необходимо сформулировать требования, которым эта оценка должна удовлетворять.

Числители выражений (4) и (5) назовём абсолютным ресурсом системы по показателю x_i. Соответствующие слагаемые в (4) и сомножители в (5) назовём относительным ресурсом системы по показателю x_i.

При построении оценки состояния СЭС следует предусмотреть, чтобы она давала возможность оценить полезность системы для применения её в конкретных условиях. Известны два определения функции полезности для технических систем. Первое принято в теории векторной оптимизации и гласит, что «под полезностью технической системы понимают количественную меру степени выполнения данной системой своего функционального назначения». Следует отметить, что это определение близко к определению эффективности системы введенному в [4].

В теории принятия решений [5] для определения понятия полезности принята система из пяти аксиом: сравнимости (полноты); транзитивности; сильной независимости; измеримости; ранжирования.

Аксиома сравнимости означает, что если состояние x предпочтительнее y ($x \succ y$), то оценка $S_x > S_y$ или $S_x < S_y$. Первое условие соответствует случаю «больше – лучше», второе – случаю «меньше – лучше».

Аксиома транзитивности означает возможность строгого упорядочения состояния по предпочтительности.

Аксиома третья и пятая не соответствуют условиям нашей задачи, т.к. они ориентированы на оценку в условиях игровой ситуации, которая в рамках решаемой задачи отсутствует.

Четвертая аксиома (аксиома измеримости) особо важна для оценки состояния технических систем. Применительно к нашей задаче ее можно интерпретировать следующим образом. Существуют такие значения аргументов функции, характеризующей состояние материала, не все равные нулю, что при этих значениях функция равна нулю.

Пусть $x_1, \ldots, x_n$ – аргументы S_t. Тогда

$$\left[\exists\left((x_i \neq 0)\Lambda(x_i = x_{inp})\right)\right] \Rightarrow \left[S_t = 0\right].$$

Это означает, что есть такие значения аргументов x_{min}, при которых система, существуя как физический или экономический объект, становится неспособной выполнять свою миссию.

Кроме того, вид функции оценки состояния системы должен удовлетворять некоторым дополнительным условиям.

Условию прагматичности, т.е. направление изменения численного значения величины S_t должно совпадать с направлением изменения интересующих нас функциональных свойств системы.

Условию физичности, т.е. соответствия содержательного (экономического, физического) смысла величины S_t его численному значению (выполнение аксиомы измеримости). Если одно из слагаемых в (4) равно нулю, то $S_t \neq 0$, что противоречит экономической сущности явления, т.к. состояние есть оценка комплексная и при исчерпании ресурса хотя бы по одной переменной техническая система становится непригодной к эксплуатации, а экономическая система - неэффективной. В этом смысле оценка (5) свободна от указанного недостатка.

Пусть недостаток запаса (ресурса) по аргументу x_i, т.е. величина $\Delta_i = |x_i - x_{ik}|$ может частично компенсироваться избытком ресурса по переменной x_j [6]. В этом случае оценка состояния должна допускать возможность оценивать количественно величину такой компенсации.

Одним из способов решения этой задачи есть построение функции эластичности. Для этого функция S_t должна быть дифференцируема хотя бы один раз по каждому аргументу x_i и допускать существование вторых и выше частных производных по каждому аргументу функции S_t в области ее существования. Поэтому для получения обобщенной оценки состояния СЭС введём условие (6.1) эквивалентное (4) и (5) по физическому смыслу, но допускающее дифференцирование по каждому из аргументов:

$$S_t = \prod_{i=1}^{n} \frac{x_{it} - x_{ik}}{x_{ik}} \cdot \prod_{j=1}^{m} \frac{x_{jk} - x_{jt}}{x_{jk}}. \quad (6.1)$$

В выражении (6.1) первая группа из n сомножителей, вычисляемых по показателям ограниченным снизу (когда к показателю предъявляется требование «больше – лучше»), вторая группа из m сомножителей вычисляемых по показателям ограниченным сверху (когда к показателю предъявляется требование «меньше – лучше»). В настоящее время современные подходы к нормированию показателей развития банковской системы [8] не предполагают двусторонних ограничений, поэтому оценочная функция (6.1) удовлетворяет потребности практики. Открытые границы на допустимые значения показателей развития отдельных банков и банковской системы в целом являются следствием неизученности взаимосвязей нормируемых показателей и отсутствием работ по проверке этих показателей на совместимость (сбалансированность). В результате изучения этого аспекта показателей состояния СЭС может оказаться, что границы изменения отдельных не исключают того факта, что границы изменения отдельных показателей должны быть двусторонними. Если на часть показателей наложены двусторонние ограничения, то общее состояние системы предлагается оценить по функции (6.2).

$$S_t = \left(\prod_{i=1}^{n} \left(\frac{x_{it} - x_{ik}}{x_{ik}} \right)^2 \prod_{j=1}^{m} \left(\frac{x_{jk} - x_{jt}}{x_{jk}} \right)^2 \prod_{l=1}^{z} \left(\frac{x_{lt} - \bar{x}}{0.5(x_{l\max} - x_{l\min})} \right)^2 \right)^{1/(8(m+n+z)} \qquad (6.2)$$

Окончательно, все вышеизложенное можно свести в табл.1

Таблица 1.**Выполнение требований к оценке состояния в зависимости от ее вида**

Наименование требования	Вид функции (номер выражения)		
	(4)	(5)	(6.1), (6.2)
Аксиома полноты	+	+	+
Аксиома транзитивности	+	+	+
Аксиома измеримости	–	+	+
Условие прагматичности	+	+	+
Условие дифференцируемости	–	–	+
Возможность построения функции эластичности	–	–	+

Примечание: знак «+» означает выполнение требования, знак «–» - невыполнение.

Из табл. 1 следует, что выражения вида (6.1) и (6.2) следует принять в качестве оценки состояния банковской (или другой экономической) системы, как удовлетворяющее всем предъявленным требованиям.

Рассмотрим возможности системы для поддержания ее в устойчивом состоянии за счет внутренних компенсаторных функций. По своей экономической сути эта задача эквивалентна известной в математической экономике задаче о взаимозаменяемости факторов производства. В случае двух групп показателей, характеризующих банковскую стабильность соответствующем существующей банковской практике для произвольной пары показателей, один из которых принадлежит подмножеству $X_{1,}$ а другой - X_2, оценка состояния системы, соответствующая условию (6.1) примет вид:

$$S_t = \frac{x_{1k} - x_{1t}}{x_{1k}} \cdot \frac{x_{2t} - x_{2k}}{x_{2k}} \qquad (7)$$

Следуя работе [9] найдем эластичность функции S_t по каждому из аргументов:

$$E_{x_1}(S_t) = \frac{dS_t}{dx_1} \cdot \frac{x_1}{S_t} = -\frac{x_{1k}}{x_{1k} - x_{1t}} \qquad (8)$$

Из выражения (8) следует, что с возрастанием x_1 состояние ухудшается.

$$E_{x_2}(S_t) = \frac{dS_t}{dx_2} \cdot \frac{x_2}{S_t} = \frac{x_{2k}}{x_{2t} - x_{2k}} \qquad (9)$$

Из выражения (9) следует, что направление изменения величины $(x_{2t}-x_{2k})/x_{2k}$ совпадает с направлением изменения величины S_t, причем оно будет тем больше, чем больше будет ресурс по переменной x_2

$$\Delta x_2 = | x_{2k} - x_{2t} |. \qquad (10)$$

Используя понятие взаимной эластичности [6] определим предельные нормы взаимозаменяемости ресурсов нормируемых переменных. Результаты соответствующих преобразований приведены в табл.2

Аналогичные выражения получены авторами для показателей, входящих в третью группу, но в данной работе не приводятся.

Состояние СЭС, определяемое условием (6.1) или (6.2), зависит функционально от вектора $X_t^T = \{x_{1t}, x_{2t}, \ldots, x_{nt}\}$ и параметрически от вектора $X_k^T = \{x_{1k}, x_{2k}, \ldots, x_{nk}\}$.

Таблица 2. **Предельные нормы взаимозаменяемости ресурсов нормируемых переменных**

	X₁	***x₂***
x₁	–	$\left(x_{2k} - x_{2t}\right)/\left(x_{1k} - x_{1t}\right)$
x₂	$\left(x_{1k} - x_{1t}\right)/\left(x_{2k} - x_{2t}\right)$	–

Изменять состояние СЭС можно двумя способами: техническим и организационным. В первом случае за счет проведения каких-либо технических мероприятий можно замедлять (ускорять) протекающие в системе процессы, добиваясь нужных значений составляющих вектора X_t. Во втором случае директивно уменьшают (увеличивают) компоненты вектора X_k.

Для обоснованного выбора первого способа необходимо знать эластичности $E_{x_{it}}\left(S_t\right)$. Для обоснованного выбора второго способа используем понятие параметрической чувствительности [1].

Чувствительностью $I_{x_{ik}}\left(S_t\right)$ функции S_t по параметру x_{ik} будет

$$I_{x_{ik}}\left(S_t\right) = \frac{\partial S}{\partial x_{ik}} \tag{11}$$

Совместное влияние изменения параметров, то есть компонент вектора X_k на оценку S_t оценивают функцией чувствительности порядка *n:*

$$I_{X_k}\left(S_t\right) = \frac{\partial^n x_{ki}}{\partial x_{k1} \ldots \partial x_{kn}} \tag{12}$$

Для нашего примера:

$$I_{x_{1k}}\left(S_t\right) = \frac{x_{1t}\left(x_{2t} - x_{2k}\right)}{x_{1k}^2 x_{2k}}\ ; \tag{13}$$

$$I_{x_{2k}}\left(S_t\right) = \frac{x_{2t}\left(x_{1t} - x_{1k}\right)}{x_{1k}\ x_{2k}^2}; \tag{14}$$

$$I_{x_k}\left(S_t\right) = -\frac{x_{1t}\ x_{2t}}{x_{1k}^2\ x_{1t}^2}. \tag{15}$$

Сравнивая между собой последствия решений, соответствующих (13)-(15), можно выбрать вариант минимизирующий или стоимость принятого решения, или риск, обусловленный изменением вектора X_k.

Таким образом, нами получены выражения для обобщенного оценивания состояния одного банка по комплексу количественных показателей.

В случае необходимости получения обобщенной оценки банковской системы, представленной множеством банков, авторами предлагается другой подход.

Введем понятие меры безопасности банка, в качестве которой примем величину

$$B = 1 - \frac{l}{m+n}, \tag{16}$$

где l – количество показателей, значения которых нарушено.

Величины

$$\Delta_{1i} = x_{1i} - x_{ik}, \tag{17}$$

$$\Delta_{2j} = x_{jk} - x_{2j} \tag{18}$$

назовем ресурсом устойчивости по соответствующему показателю.

Повысим нижнюю и понизим верхние границы нормативов стабильности (устойчивости) системы с учетом их группы соответственно на α_i и β_j. Пусть

$$x_{ik}^{p} = (1+\alpha_i)x_{ik} \tag{19}$$

и

$$x_{jk}^{p} = x_{jk} / (1+\beta_j). \tag{20}$$

Дальнейшее оставим без изменений. Тогда банк, устойчивый по всем критериям (19) и (20), будем считать находящемся в зоне гарантированной устойчивости. Для такого банка условия (6.1) или (6.2) заведомо выполнены.

Очевидно, что банк с показателями, обеспечивающими гарантированную устойчивость по каждому из них, имеет ресурс устойчивости больший, чем просто устойчивый банк.

Показателем гарантированной устойчивости банков назовем величину

$$I_g = 1 - \frac{N_{гу}}{N}, \tag{21}$$

где N – общее количество банков, $N_{гу}$ – количество баков с гарантированной устойчивостью.

Показателем устойчивости назовем величину

$$I_{gt} = 1 - \frac{N_y}{N}, \tag{22}$$

где $N_у$ – количество устойчивых банков.

Так как гарантированно устойчивый банк всегда устойчив, но обратное в общем случае неверно, то величину

$$\Delta I = I_{gt} - I_g \tag{23}$$

назовем индексом опасности. Очевидно, что если $\Delta I = I_{gt}$, то все банки по показателю устойчивости будут в зоне, не гарантирующей их безопасности.

В относительной форме индексы гарантированной устойчивости системы назовем величину

$$I_{gs} = \frac{N_{гу}}{N}, \tag{24}$$

где N – общее количество банков.

Величину

$$I_s = \frac{N_y}{N} \tag{25}$$

назовем индексом устойчивости системы.

Величину

$$R = 1 - \frac{I_s - I_{gc}}{I_s} \tag{26}$$

назовем индексом гарантированной безопасности.

ВЫВОДЫ

Получены математические зависимости для индивидуальных и обобщенных оценок состояния отдельного банка (элемента экономической системы), а также для оценки устойчивого состояния банковской системы в целом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Справочник по теории автоматического управления. / под ред. А.А. Красовского.– М.: Наука, 1987.– 712с.
2. Китаев, А. Классические и квантовые вычисления. / А. Китаев, А. Шень, .М. Вялый. – М.: МЦ НМО, 1999. – 192 с.
3. Подиновский, В.В. Количественная важность критериев/ В.В. Подиновский // Автоматика и телемеханика. – 2000. – №5. – С. 111 – 123.
4. Брахман ,Т.Р. Многокритериальность и выбор в технике/Т.Р. Брахман – М.: Радио и связь, – 1984. – 288 с.
5. Нейман, Дж.. Теория игр и экономическое поведение/.Дж. Нейман, О. Моргенштерн – М.: Наука, 1970. – 606 с.
6. Клейнер, Г.Б. Производственные функции. Теория, методы, применение./ Г.Б.Клейнер – М.: Финансы и статистика, 1986. – 238 с.
7. Общая теория систем /А.М. Иванов [и др.] – СПб.: Научная мысль, 2005. – 480 с.
8. Показатели финансовой устойчивости. Руководство по составлению — Вашингтон, США: Международный Валютный Фонд, 2007. – 326 с.

ESTIMATION OF STABILITY OF BANKING SYSTEM

V.G. SOSLOVSKY, V.Y. DUBNIZKY

Summary

On the example of the banking system the variant of construction of individual and generalized estimations of the state of separate element of the economic system is considered, account of the mutual influencing of private indexes and estimation of the stable state of the system in whole.

Поступила в редакцию 4 мая 2009 г.